Тросовая орбитальная транспортировка

Прикладные задачи динамики твердого тела и систем тел

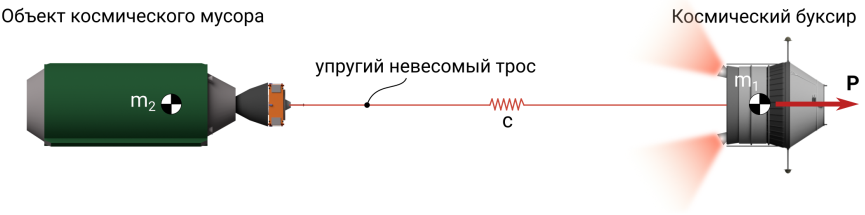
Юдинцев В. В.

Кафедра теоретической механики
Самарский университет

12 октября 2023 г.

САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

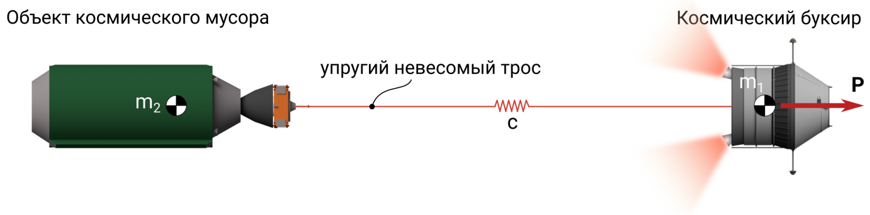
Орбитальная транспортировка

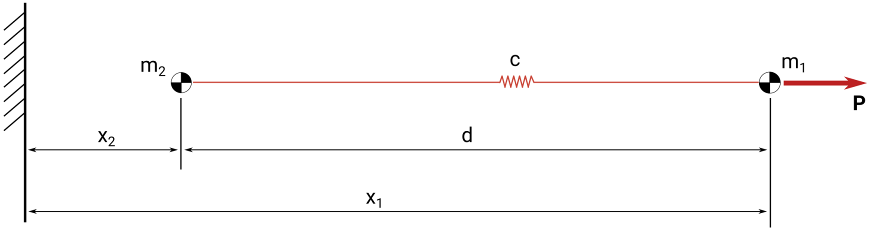


- Орбитальный буксир связан с объектом космического мусора при помощи упругого троса большой длины.
- Тросовая связь может быть сформированая при помощи автономного стыковочного модуля, отделяемого от буксира на тросовой связи и выполняющего захват объекта космического мусора.

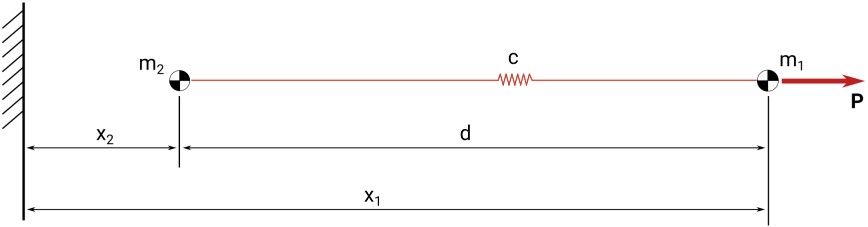
Невесомый упругий трос

Упрощенная модель троса





Упрощенная модель троса



Уравнения движения:

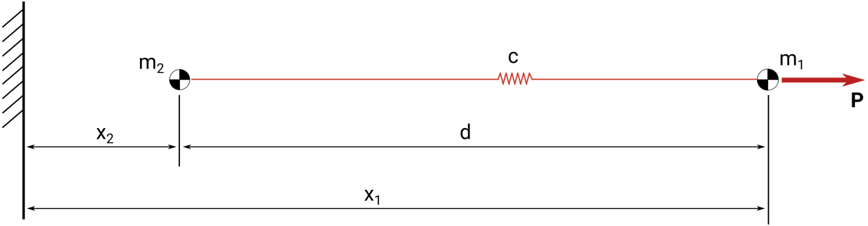
$$m_1\ddot{x}_1 = P - F_s$$

$$m_2\ddot{x}_2 = F_s$$

Сила упругости пружины:

$$F_s = \{(x_1 - x_2) - l_0\}c$$

Жесткость троса

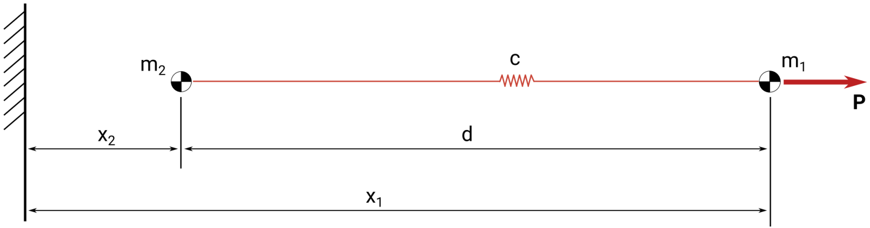


Жесткость троса:

$$c = \frac{EA}{l_0}$$

- E – модуль упругости материала троса (модуль Юнга),
- A – площадь поперечного сечения троса,
- l_0 – свободная длина троса.

Упрощенная модель троса



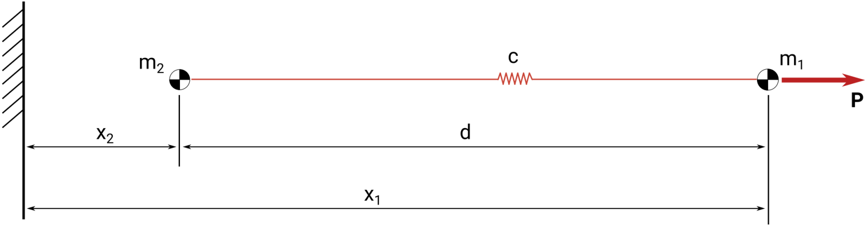
Уравнения движения:

$$m_2 m_1 \ddot{x}_1 = P m_2 - \{(x_1 - x_2) - l_0\} c m_2$$
$$m_2 m_1 \ddot{x}_2 = \{(x_1 - x_2) - l_0\} c m_1$$

Уравнение для расстояния между телами:

$$m_1 m_2 \ddot{d}_{12} = P m_2 - \{(x_1 - x_2) - l_0\} c (m_1 + m_1)$$

Упрощенная модель троса



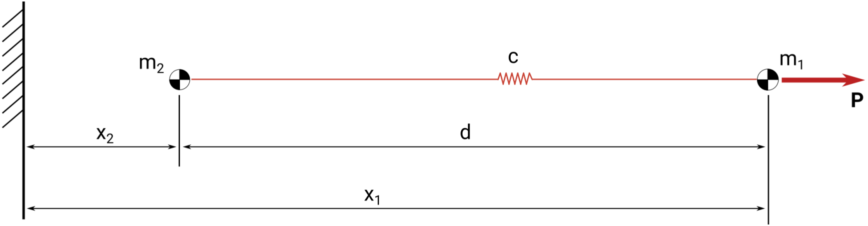
Уравнение для расстояния между телами:

$$m_1 m_2 \ddot{d}_{12} = P m_2 - ((x_1 - x_2) - l_0)(m_1 + m_1)c$$

$$\ddot{d}_{12} = \frac{P}{m_1} - \frac{d_{12} - l_0}{m_{12}} c$$

$$m_{12} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$ – приведенная масса

Деформация троса



$$\ddot{d}_{12} = \frac{P}{m_1} - \frac{d_{12} - l_0}{m_{12}} c$$

Уравнение для деформации троса $\delta = d - l_0$:

$$\ddot{\delta} + \frac{c}{m_{12}} \delta = \frac{P}{m_1}$$

Интегрирование уравнения

Неоднородное линейное дифференциальное уравнение:

$$\ddot{\delta} + \frac{c}{m_{12}}\delta = \frac{P}{m_1}$$

Вид решения:

$$\delta = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt + A, \quad k = \sqrt{\frac{c}{m_{12}}}, \quad A = \frac{P}{k^2 m_1}$$

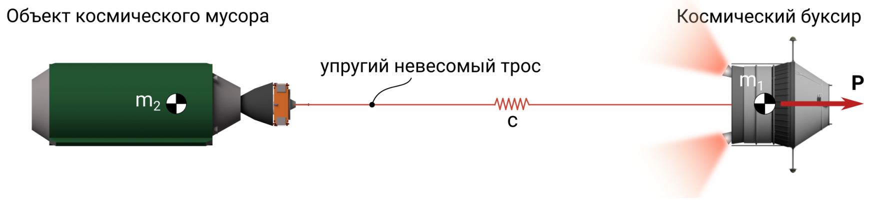
Для начальных условий $\delta(0) = \dot{\delta}(0) = 0$:

$$\delta = \frac{P}{k^2 m_1}(1 - \cos kt) = \frac{m_2}{m_1 + m_2}(1 - \cos kt)\frac{P}{c}$$

Максимальная деформация в этом случае:

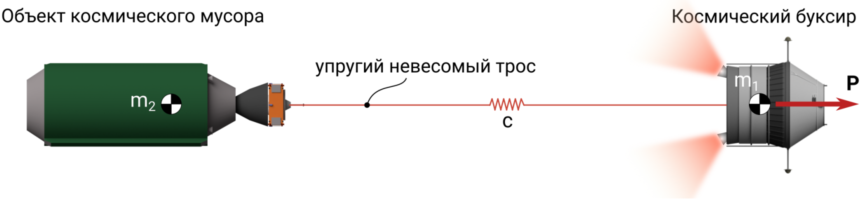
$$\delta_{max} = 2\frac{m_2}{m_1 + m_2}\frac{P}{c}$$

Задание 1



Космический буксир массы $m_1 = 2$ т начинает тянуть на тросе длиной $l_0 = 1$ км объект космического мусора массой $m_2 = 4$ т. Тяга двигателя космического буксира $P = 10$ кН. Материал троса – Кевлар 49. В начальный момент времени $\delta(0) = \dot{\delta}(0) = 0$.

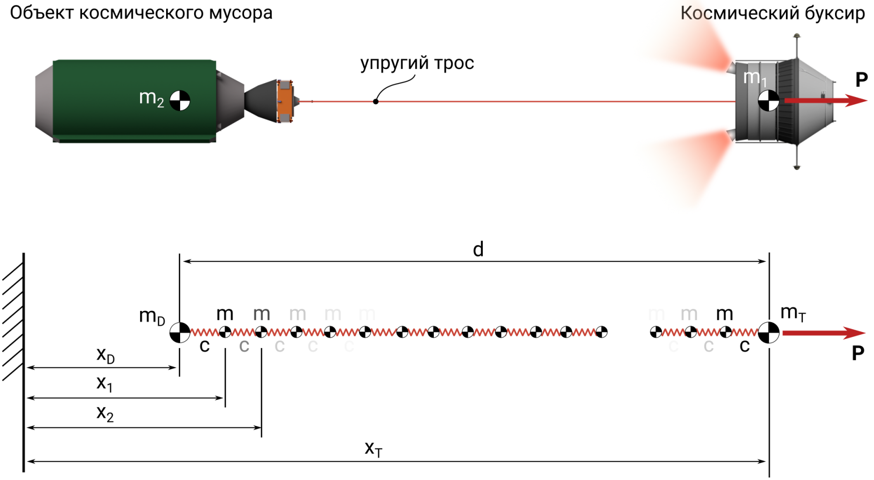
Задание 1



- Найдите минимальный диаметр троса для трансортировки объекта космичсекого мусора с коэффицентом запаса прочности троса не менее 1,5.
- Определите стационарную деформацию троса (после успокоения продольных колебаний троса).
- Определите стационарную силу натяжения троса.
- Определите период продольных колебаний троса.

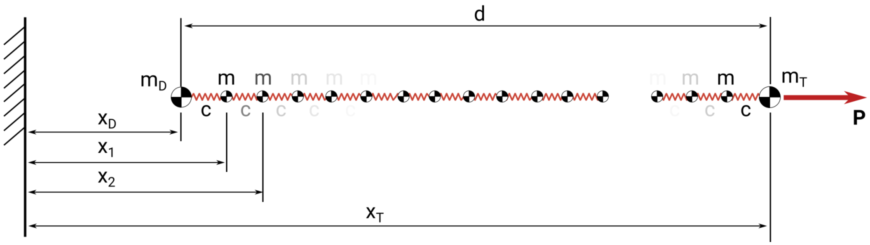
Учитываем массу троса

Задание 2



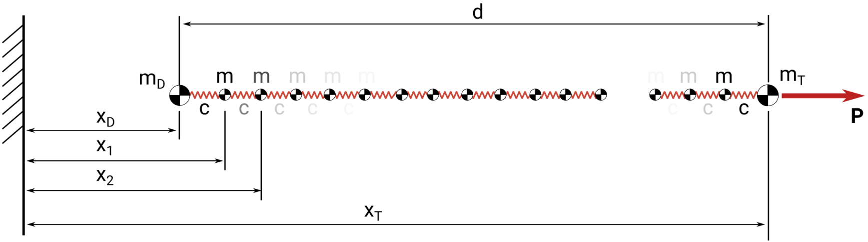
Объект космического мусора
Космический буксир
упругий трос
m_2
m_1
P
d
m_D
m
m
m
m_T
c
c
c
P
x_D
x_1
x_2
x_T

Задание 2



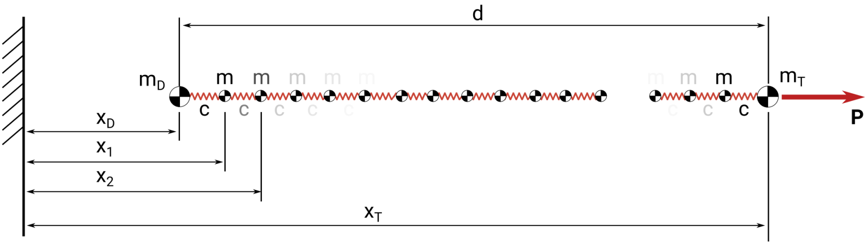
- Масса троса равномерно распределена по его длине
- Материал троса – Кевлар 49
- Трос рассматривается как система материальных точек, связанных невесомыми упругими элементами с жесткостью каждого элемента $c = (n+1)EA/l_0$, где n – количество узлов (материальных точек), на которые разбивается трос.

Задание 2



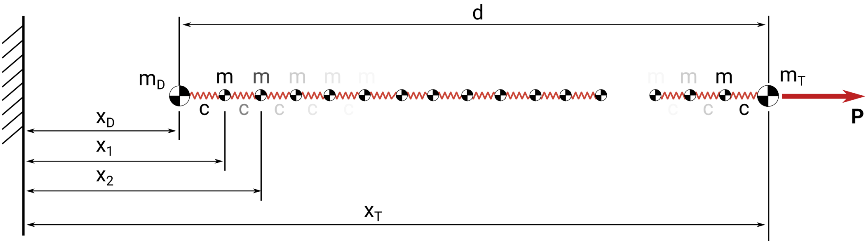
- Найдите массу троса.
- Разработайте программу моделирования процесса тросовой орбитальной траспортировки на тросовой связи с учётом массы троса, используя пример программы моделирования движения троса в поле силы тяжести.
- Среда разработки: MATLAB, Octave, Mathematica или Python.

Задание 2



- Постройте на одном рисунке графики $d - l_0$, полученные при помощи упрощенной модели (задание 1), и при помощи модели троса с учетом его массы для количества узлов n = 10 и n = 50.
- Найдите относительную погрешность определения максимальной деформации троса $d - l_0$, полученной при помощи упрощенной модели по отношению к максимальной деформации троса, полученной при помощи модели с учетом массы троса для количества узлов n = 50.

Задание 2



- Сравните максимальную силу натяжения троса, полученную при помощи упрощенной модели, с силой натяжения троса, полученной при помощи модели троса с учётом его массы для $n = 50$ узлов.
- В каком месте троса сила натяжения достигает максимального значения в первую очередь после начала орбитальной транспортировки?